

# Viskositet

---

SELVVALGT FORSØG



## Formål

Forsøgets formål er at undersøge viskositeten for forskellige vandige sukkeropløsninger, ved videoanalyse af en kugles fald igennem disse opløsninger.

## Hypotese

Vi forventer, at viskositeten forstørres ved større mængder sukker i opløsningen, da væsken bliver ”tykkere”, når der kommer sukker i vandet, og derved får en højere viskositet.

## Teori

Viskositet er et udtryk for en væskes tykkelse og sejhed, og som har enheden  $\frac{kg}{m \cdot s}$ . Viskositeten er en afgørende faktor for den indre gnidningsmodstand i væsker. Når man måler viskositet, opdeles stofferne i to grupperinger: newtonske og ikke-newtonske væsker. Newtonske væsker er homogene, og viskositeten er uafhængig af, hvor hurtig væsken røres i. En newtonsk væske er defineret ved, at der er ligefrem proportionalitet mellem væskens viskositet og den spænding det kræver at foretage forskydninger i væsken. Ikke-newtonske væsker er heterogene og ændrer viskositet, når omrøringshastigheden ændres. Gnidningsmodstand også kaldet friktion er et udtryk for den kraft, som trækker modsat af legemer i bevægelse, og som hæmmer bevægelsen. Den energi, som gnidningsmodstanden tager ud af den mekaniske energi, omdannes til varme i kontaktfladerne. Den indre gnidningsmodstand er et udtryk for, hvor stor viskositeten er, dvs. hvor stor modstanden er ved legemets bevægelse igennem væsken.

### Forsøgets kræfter:

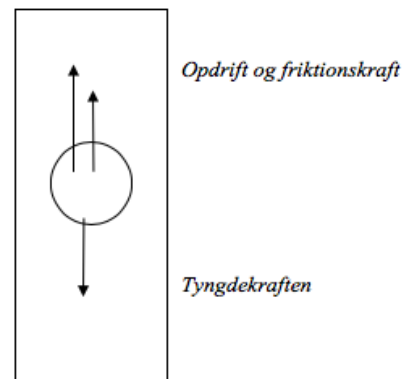
Kraftdiagrammet til højre viser de kræfter, som påvirker kuglen ved faldet igennem væsken.

Den resulterende kraft  $F_{res}$  kan beskrives ved

$$F_{res} = F_g - (F_{op} + F_{gnid})$$

Hvis der ingen acceleration forekommer, vil der ikke være nogen resulterende kraft, hvilket er beskrevet ved Newtons 2. lov. Dette fører til at legemet står stille eller bevæger sig med konstant hastighed, hvilket er beskrevet ved Newtons 1. lov

$$F_{res} = 0 \Leftrightarrow$$



$$0 = F_g - (F_{op} + F_{gnid}) \Leftrightarrow$$

$$F_g = F_{op} + F_{gnid}$$

De tre kræfter; tyngdekraften, opdriften og gnidningskraften er beskrevet ved forskellige love, som vi kan bruge til at udlede en formel for viskositeten.

### Tyngdekraftsformlen:

Alle legemer udsættes for tyngdekraft, og udgiver tyngdekraft. Jorden har en stor tyngdekraft, som virker på alle legemer omkring den. Større masse, giver højere tyngdekraft, som følger formelen:

$$F_g = m * g$$

hvor  $F_g$  er tyngdekraften med enhed newton [N],  $m$  er legemets masse [kg] og  $g$  er tyngdeaccelerationen [ $m/s^2$ ]. Tyngdeaccelerationen i Danmark er  $9,82 m/s^2$

### Stokes lov:

Stokes lov udtrykker gnidningsmodstanden, for en kugle, som falder igennem en væske med konstant hastighed

$$F_{gnid} = 6 * \pi * \mu * R * v$$

hvor  $F_{gnid}$  er gnidningskraften med enhed newton [N],  $\mu$  er væskens viskositet med enheden [ $\frac{kg}{m \cdot s}$ ],  $R$  er kuglens radius [m] og  $v$  er kuglens hastighed igennem væsken [m/s].

Når vi bruger stokes lov skal en række forhold overholdes:

- Legemet, som bevæger sig igennem væsken, skal være en kugle, da det er den form, som formelen er udledt for. En kugle har den form, som i hydrodynamikken er lettest at regne med, når det kommer til turbulens.
- Der skal ingen turbulens være i væsken, og kuglen må ikke være for tæt på eller ramme måleglasset side. Derudover, for at der ikke dannes turbulens, må kuglen ikke må have for stor hastighed, da det vil resultere i et højt Reynoldstal.
- Væsken er homogen, og derfor en newtonsk væske.
- Kuglen bevæger sig med konstant hastigheden igennem væsken.

Archimedes lov:

Archimedes lov er et udtryk for opdrift, som beregnes ved tyngdeaccelerationen og massen af den fortrængte væske:

$$F_{Op} = \rho_V * V_L * g$$

$F_{Op}$  er opdriften med enhed newton [N],  $\rho_V$  er væskens densitet [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ],  $V_L$  er legemets volumen [ $\text{m}^3$ ] og  $g$  er tyngdeaccelerationen [ $\text{m}/\text{s}^2$ ].

Udledning af formel:

Ud fra kraftdiagrammet og formlerne for kræfterne i spil, vil vi udlede en formel for udregning af en væskes viskositet. Vi vil bruge Stokes lov som udgangspunkt og isolere viskositeten  $\mu$ :

$$F_{gnid} = 6 * \pi * \mu * R * v \Leftrightarrow$$

$$\mu = \frac{F_{gnid}}{6 * \pi * R * v}$$

I den opstillede formel for kræfterne isoleres gnidningskraften:

$$F_g = F_{Op} + F_{gnid} \quad \Leftrightarrow \quad F_{gnid} = F_g - F_{Op}$$

I denne ligning substituerer vi  $F_g$  med formlen for tyngdekraft og Archimedes lov sættes i stedet for  $F_{Op}$ :

$$F_{gnid} = m * g - \rho_V * V_L * g$$

Den opstillede formel for gnidningskraften indsættes i Stokes lov, hvor vi har isoleret viskositeten:

$$\mu = \frac{m * g - \rho_V * V_L * g}{6 * \pi * R * v}$$

Vi ved om  $\rho_V * V_L$  er det samme som den fortrængte masse,  $m_f$ , ud fra Archimedes lov. Herefter sættes tyngdeaccelerationen,  $g$  udenfor parentes:

$$\mu = \frac{m * g - m_f * g}{6 * \pi * R * v} \quad \Leftrightarrow \quad \mu = \frac{(m - m_f) * g}{6 * \pi * R * v}$$

$\mu$  er viskositeten [ $\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$ ],  $m$  er kuglens masse i kg,  $m_f$  er den fortrængte masse [kg],  $g$  er tyngdeaccelerationen [ $\text{m}/\text{s}^2$ ],  $R$  er kuglens radius [m] og  $v$  er kuglens hastighed igennem væsken [m/s]. Dette er den udledte formel til udregning af en væskes viskositet, ved en kugles fald.

## Forsøgsudførelse

- Som referenceforsøg laves forsøget først med vand uden sukker, herefter gentages forsøget med tre forskellige sukkeropløsninger.
- En cylinder fyldes med vand/sukkeropløsning. Densiteten af væsken findes.
- Under optagelse slippes en kugle, med kendte værdier, fra vandoverfladen i cylinderen.
- Ved videoanalyse i LoggerPro findes hastigheden af kuglens fald for de forskellige opløsninger, når terminalhastigheden opnås, og der laves en lineær regression.

## Forsøgsopstilling

Se forsøgsopstilling på billedet

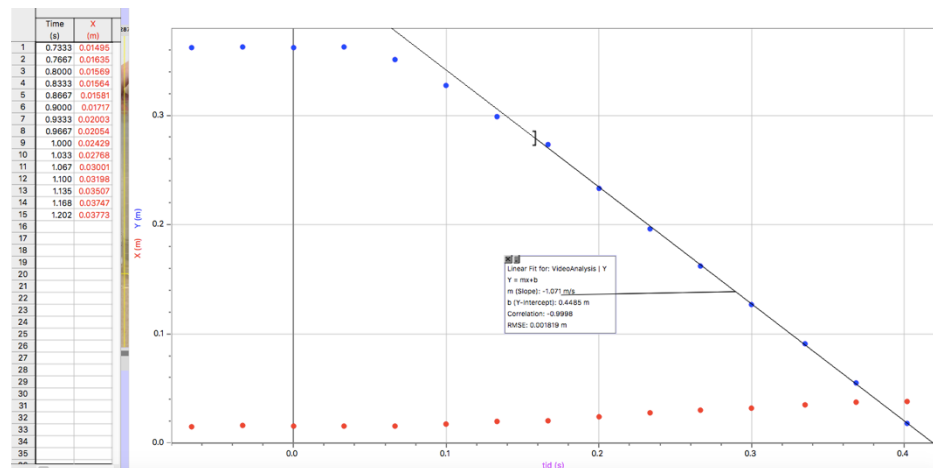
Koncentrationen af sukkerindhold fordeles således:

Glas	1	2	3	4
Sukkerindhold	0 g	25,5 g	36,76	50,54
Densitet	1000 kg/m <sup>3</sup>	1048 kg/m <sup>3</sup>	993,25 kg/m <sup>3</sup>	1035,67 kg/m <sup>3</sup>



## Resultater

Der laves regression af videoanalyserne med tid ud af x-aksen og afstand fra start op ad y-aksen. Der laves lineær regression, når kuglen opnår terminalhastighed. Hældningen på grafen er et udtryk for hastigheden. Et eksempel ses til højre for glas 1 med vand. Se resten af graferne i bilag 1.



Nedenunder ses en oversigt over hastighederne (hvilket svarer til hældningen på graferne) for de forskellige glas. Det er den numeriske hastighed, vi bruger, da vi ellers ville få en negativ viskositetskonstant. Det spiller ingen rolle, om hastigheden er positiv eller negativ, da hastigheden er den

samme. Hastigheden er negativ, fordi afstanden er målt negativt, da nulpunktet ligger ved bunden af glasset.

Glas	1	2	3	4
Numerisk hastighed	1,07 m/s	1,004 m/s	1,027 m/s	0,993 m/s

## Databehandling

For hvert forsøg bestemmes følgende

- Hastigheden for kuglens fald, som findes ved at foretage videoanalyse i LoggerPro.
- Massen af den fortrængte væske findes ved densiteten af væsken og kuglens volumen.
- Viskositeten udregnes derefter ud fra den udledte funktion i teoriafsnittet

Kuglens radius skal også kendes. Denne har vi målt vha. En elektronisk skydelære til 3,165 mm = 0,0003165 m.

Kuglens volumen udregnes således:  $\left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (0,0003165\text{m})^3\right) = 1,328 \cdot 10^{-10}\text{m}^3$

### Eksempel på udregning af viskositet af glas 2:

$$\mu = \frac{(m - m_f) \cdot g}{6 \cdot \pi \cdot R \cdot v}$$

$$\mu = \frac{\left(0,00106 \text{ kg} - \left(1048 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1,328 \cdot 10^{-10}\text{m}^3\right)\right) \cdot 9,82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{6 \cdot \pi \cdot 0,0003165 \text{ m} \cdot 1,004 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,74 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

Viskositeten af glas nr. 2 er  $1,74 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$ .

### Tabel over udregnet viskositet for de forskellige glas

Glas	1	2	3	4
Viskositet	$1,63 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$	$1,74 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$	$1,644 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$	$1,76 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$

## Fejlkilder

Under forsøgsudførelsen var der en række fejlkilder og usikkerheder, som gjorde måleresultaterne upræcise.

Hastigheden er målt ud fra en videoanalyse. Det er svært at afsætte punkterne præcist, da kuglen er i bevægelse, og derfor bliver en sløret masse i stedet for et punkt. Det er svært at sætte punktet midt i kuglen hver gang.

Videoanalysen er heller ikke præcis, da kuglen falder hurtigt, og der kun er 30 frames pr. sekund. Dette betyder, at kuglen når at falde et stykke mellem hvert punkt, der afsættes. Hvis der havde været flere frames pr. sekund, ville vi have flere målepunkter, og dermed kunne lave en mere præcis regression.

Det var en lille kugle vi brugte, så den var svær at se tydelig på videoen.

Det var svært at kaste kuglerne lige i midten af glasset, uden kuglen ramte glassets sider. Vi valgte en video, hvor vi ikke mente, at kuglen ramte kanten, men det var svært at se præcist. Hvis kuglen ramte kanten, kan det påvirke kuglens hastighed.

Det er ikke til at se på videoen, om der var turbulens i vandet. Dette kan både skyldes, at kuglen har for høj hastighed, eller at den er for tæt på glassets sider. Dette ville påvirke hastigheden af kuglen, og gøre, at Stokes lov ikke gælder.

## Diskussion

Vi ser ud fra vores resultater, at sukker øger viskositeten, og derved kan vi bekræfte vores hypotese. En øget mængde sukker burde dog altid øge viskositeten, hvilket ikke er tilfældet i vores resultater fra forsøget. Viskositeten i glas 3 er lavere end i glas 2, og meget tæt på glas 1 med vand i. Dette skyldes, at forskellen i viskositet i de forskellige glas er meget lille, da sukker i sig selv ikke forøger viskositeten markant. Dette har vi undersøgt ved at sammenligne viskositeten for vand og yoghurt, da det er tydeligt, at der er stor konsistens- og derved viskositetsforskel mellem disse to. Vi har fundet den teoretiske viskositet for vand til  $1,002 \frac{kg}{m \cdot s}$ , og yoghurts til  $15,2 \frac{kg}{m \cdot s}$ . Forskellen på vands viskositet og yoghurts er meget stor, men selve forskellen i talværdi er ikke stor. Det kan derfor konkluderes, at sukkerkoncentrationen ikke forøger viskositeten meget. Derved er det svært at måle præcise ændringer, som gør, at dataene kan være misvisende, når vi arbejder med så lille en forskel.

For at undersøge/sammenligne vores resultater har vi fundet procentvis afvigelse for den teoretiske viskositet for vand:

$$\frac{(1,63 - 1,002) \frac{kg}{m \cdot s}}{1,002 \frac{kg}{m \cdot s}} \cdot 100\% = 62,7\%$$

Vi har en procentvisafvigelse på 62,7%

Den forholdsvis store procentvisafvigelse skyldes de mange usikkerheder og fejlkilder, samt at beregningerne kræver meget præcise resultater i forhold til den mulige præcision under forsøgsudførelsen.

Den målte viskositet for vand ligger betydelig højere end teoretiske værdi. Det er ikke til at vide om de efterfølgende forsøg med sukkervand, også er målt højere end den teoretiske værdi, da vi ikke har noget at sammenligne med. Hvis den målte viskositet for vand derimod, er den eneste, der er målt til en højere værdi end det teoretiske, er den misvisende for de efterfølgende værdier af sukkervand.

## Konklusion

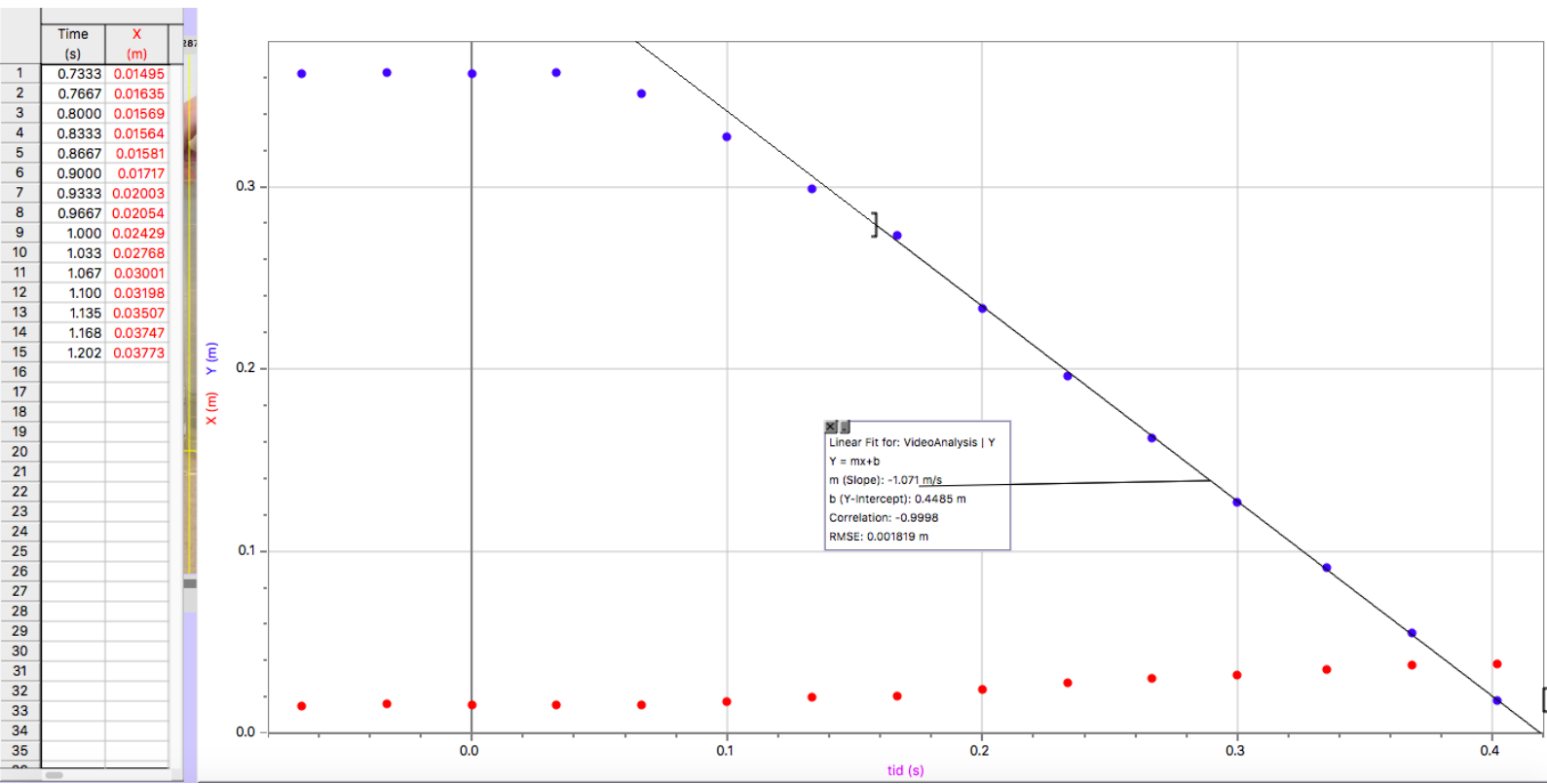
Efter at have udført forsøget kan vi konkludere, at sukker øger viskositeten i en vandig opløsning.

Viskositeten kan udregnes ud fra følgende formel  $\mu = \frac{(m-m_f)*g}{6*\pi*R*v}$ , når et vist antal parametre overholdes igennem forsøget. Hastigheden kan desuden findes ved videoanalyse af en kugles fald igennem vand/sukkeropløsning, hvor der laves lineær regression, når terminalhastigheden opnås. Det kan desuden konkluderes, at sukker ikke øger viskositeten markant. Der er mange usikkerheder og fejlkilder i forsøget, som kan føre til misvisende resultater.

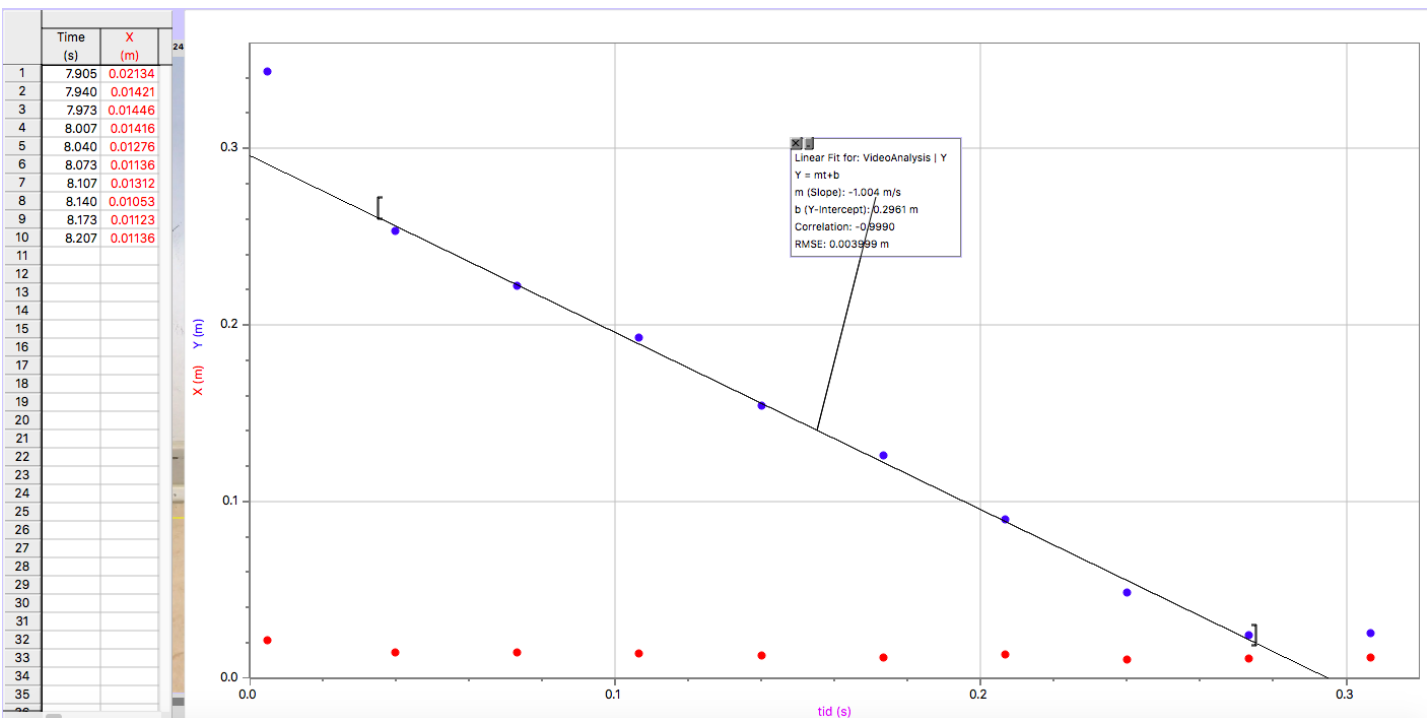


# Bilag 1

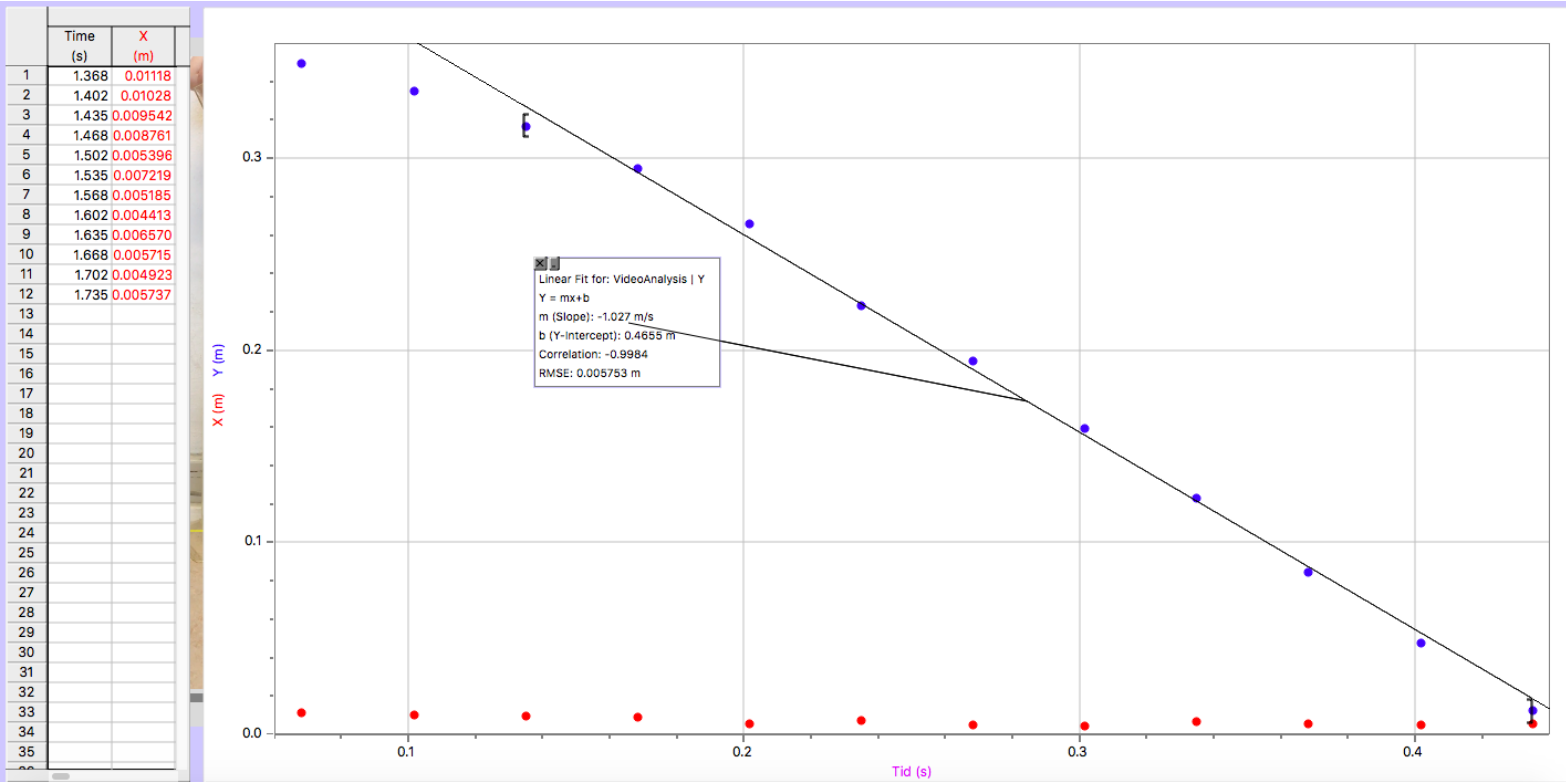
## Glas 1 (vand)



## Glas 2 (25,5 g sukker)



### Glas 3 (36,76 g sukker)



### Glas 4 (50,54 g sukker)

